

MATIA sier...

En kommentar på prognosene i Nasjonalbudsjettet 2020

8. oktober 2019, av Genaro Sucarrat (Handelshøyskolen BI), <http://www.sucarrat.net/matia/>

Makroøkonomiske tidsserieanslag (MATIA) er en økonometrisk modell av norsk økonomi som består av autoregressive modeller av orden 1, dvs. AR(1) modeller. Modellen er dermed en ren tidsseriemodell som egner seg for sammenlignings- og evalueringsformål, men ikke for økonomisk effektanalyse. Et hovedformål med MATIA er å belyse utvalgte prognoser i Nasjonalbudsjettet ved hjelp av punkt- og sannsynlighetsanslag laget av MATIA. I årets budsjett, Nasjonalbudsjettet 2020 (NB2020), finner vi prognosene som belyses på side 18. Innsiktene til MATIA er inneholdt i punktene under. Deretter følger tabellene med punkt- og sannsynlighetsanslag sammen med prognosegrafene. Til slutt presenteres MATIA i detalj.

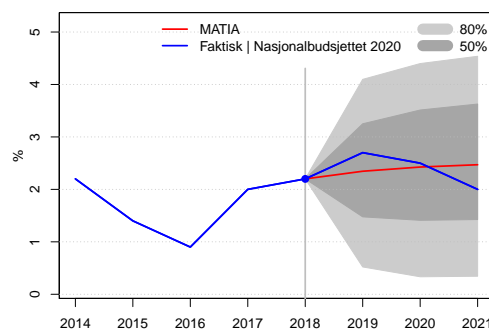
MATIA sier prognosene i Nasjonalbudsjettet 2020...

- **...generelt sett ikke er urimelige.** De anslagene som er analysert ligger alle sammen – bortsett fra to stykker – innenfor 50% sannsynlighetsintervallene til MATIA. De to anslagene som ligger utenfor er to oljeprisanslag: De for 2019 og 2020. Nærmere ettersyn støtter imidlertid *ikke* opp om en påstand om at de to anslagene er urimelige. Den årlige oljeprisen (brent blend) målt i norske kroner (dvs. oljepris i USD \times NOK/USD) var i 2018 på $71,34 \text{ USD} \times 8,1338 = \text{ca. } 580,3 \text{ NOK}$, mens oljeprisen i skrivende stund er på ca. $60 \text{ USD} \times 9,10 = \text{ca. } 546 \text{ NOK}$. Dette tilsvarer en prosentvis endring på ca. $-5,9\%$, dvs. like utenfor den nedre grensen på $-5,6\%$ til 50% intervallet til MATIA. I lys av dette fremstår derfor heller ikke de to oljeprisprognosene som spesielt urimelige eller usannsynlige.
- **...for BNP-vekst (fastland) og investeringsvekst er litt pessimistiske for 2021.** BNP-veksten (fastland) anslås av NB2020 til å ligge på det historiske gjennomsnittet ("trendveksten") på $2,7\%$ i 2019, for deretter å falle til $2,5\%$ i 2020 og $2,0\%$ i 2021. Anslagene for 2019 og 2020 er i tråd med de til MATIA. Anslaget for 2021 fremstår imidlertid som noe pessimistisk. Det ligger $0,7\%$ -poeng under det historiske gjennomsnittet på $2,7\%$, og $0,5\%$ -poeng under anslaget til MATIA.
Brutto investeringsvekst anslås til $6,1\%$ i 2019, hvilket er betydelig mer enn det historiske gjennomsnittet på $2,9\%$. De neste to årene anslås imidlertid veksten å falle til $1,2\%$ og $-0,5\%$, hvilket er merkbart lavere enn det historiske gjennomsnittet. MATIA derimot anslår investeringsveksten til å bli $2,6\%$, $2,5\%$ og $2,5\%$ i de tre årene.
- **...for konsumveksten (privat) er litt pessimistisk for 2019.** NB2020 anslår veksten til $1,8\%$ i 2019, dvs. hele $1,2\%$ -poeng under det historiske gjennomsnittet på $3,0\%$. MATIA derimot anslår veksten til å bli $2,5\%$, dvs. merkbart høyere enn NB2020. For 2020 og 2021 er forskjellen mellom NB2020 og MATIA på bare $0,1\%$ -poeng.
- **...for arbeidsmarkedet spriker litt.** Sysselsettingsveksten anslås til $1,6\%$ i 2019 for deretter å falle til $1,0\%$ i 2020 og $0,6\%$ i 2021. Ledigheten derimot anslås å holde seg omtrent uendret ($3,5\%$, $3,4\%$ og $3,4\%$). Til sammenligning anslår MATIA at både sysselsettingsveksten og ledigheten holder seg stabile gjennom hele perioden.
- **...for inflasjon (KPI) og lønnsvekst (TBU) går i motsatt retning.** Inflasjonen anslås å falle fra $2,3\%$ i 2019 til $1,9\%$ i 2020 og $1,8\%$ i 2021, mens lønnsveksten anslås å stige fra $3,2\%$ i 2019 til $3,6\%$ i 2020. (NB2020 anslår ikke lønnsveksten for 2021.) MATIA derimot anslår inflasjonen til å holde seg stabil på $2,1\%$ gjennom hele perioden, og at lønnsveksten stiger i tråd med anslagene i NB2020.

- **...for fremtidig rentenivå er litt lave.** Markedsrenten (3 måneder) anslås å ligge på 1,6% i 2019, 1,7% i 2020 og 1,5% i 2021. Historisk sett er dette veldig lavt – det historiske gjennomsnittet i perioden 1993–2018 er 4,2%, og noe lavere enn anslagene til MATIA på 1,7%, 2,1% og 2,4%.
- **...burde dokumenteres bedre.** Gjennomsiktighet, reproduserbarhet og muligheten for kritisk ettersyn er viktige vitenskapelige idealer. Disse prinsippene burde også være veiledende for dokumentasjonen av prognosene i Nasjonalbudsjettet. For økt gjennomsiktighet, og for økt mulighet for kritisk ettersyn, burde derfor nøyaktig datakilde, definisjon (eller, enda bedre, API-kode) hos kilden og dataavling oppgis.

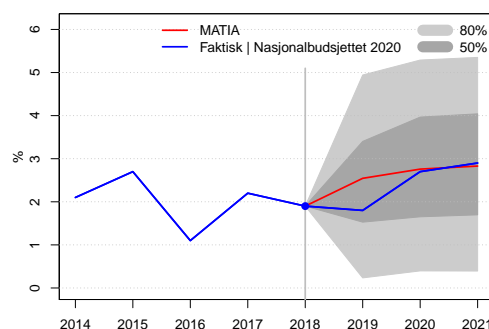
BNP %-vekst (fastland):

	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	2,7	2,5	2,0
MATIA anslag:	2,3	2,4	2,5
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	3,3	3,5	3,6
...50% nedre grense:	1,5	1,4	1,4
...80% øvre grense:	4,1	4,4	4,5
...80% nedre grense:	0,5	0,3	0,3



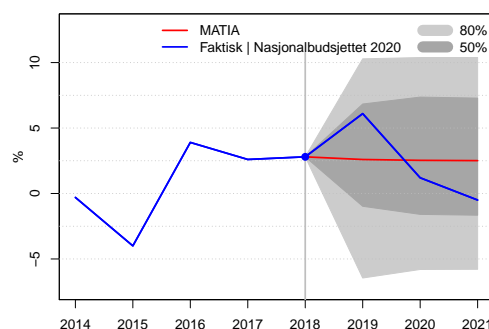
Konsum (privat) %-vekst:

	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	1,8	2,7	2,9
MATIA anslag:	2,5	2,8	2,8
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	3,4	4,0	4,0
...50% nedre grense:	1,5	1,7	1,7
...80% øvre grense:	4,9	5,3	5,4
...80% nedre grense:	0,2	0,4	0,4



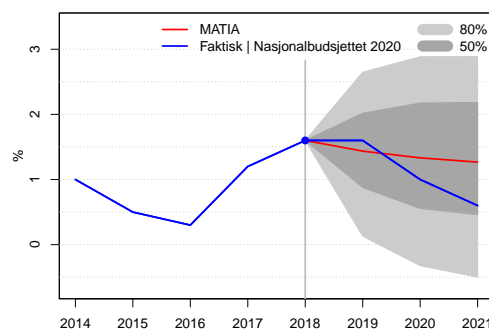
Investeringer (brutto) %-vekst:

	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	6,1	1,2	-0,5
MATIA anslag:	2,6	2,5	2,5
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	6,8	7,4	7,3
...50% nedre grense:	-1,0	-1,6	-1,7
...80% øvre grense:	10,3	10,4	10,4
...80% nedre grense:	-6,5	-5,8	-5,8



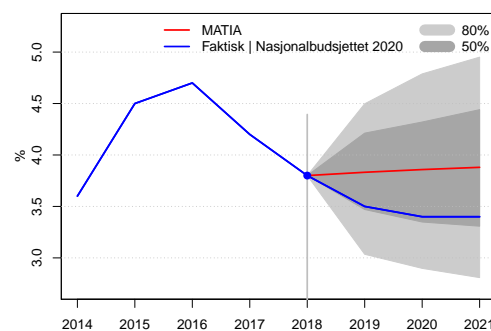
Sysselsetting %-vekst:

	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	1,6	1,0	0,6
MATIA anslag:	1,4	1,3	1,3
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	2,0	2,2	2,2
...50% nedre grense:	0,9	0,6	0,5
...80% øvre grense:	2,6	2,9	2,9
...80% nedre grense:	0,1	-0,3	-0,5

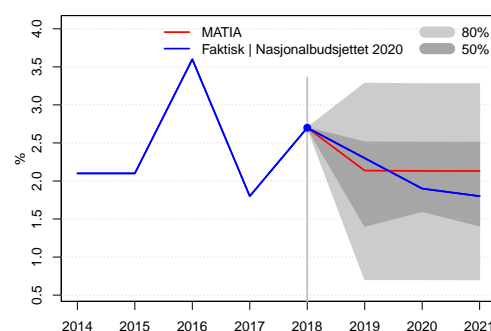


Ledighet (AKU) i %:

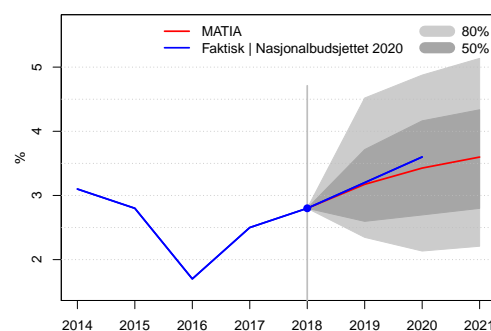
	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	3,5	3,4	3,4
MATIA anslag:	3,8	3,9	3,9
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	4,2	4,3	4,4
...50% nedre grense:	3,5	3,3	3,3
...80% øvre grense:	4,5	4,8	5,0
...80% nedre grense:	3,0	2,9	2,8

**Inflasjon (KPI) i %:**

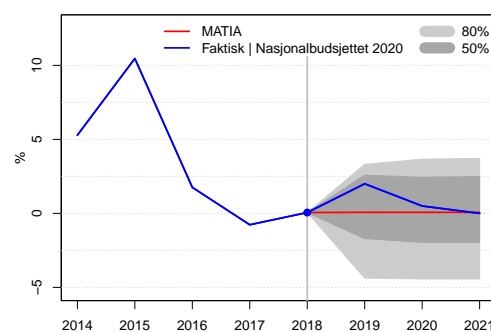
	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	2,3	1,9	1,8
MATIA anslag:	2,1	2,1	2,1
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	2,5	2,5	2,5
...50% nedre grense:	1,4	1,6	1,4
...80% øvre grense:	3,3	3,3	3,3
...80% nedre grense:	0,7	0,7	0,7

**Lønnsvekst (TBU) i %:**

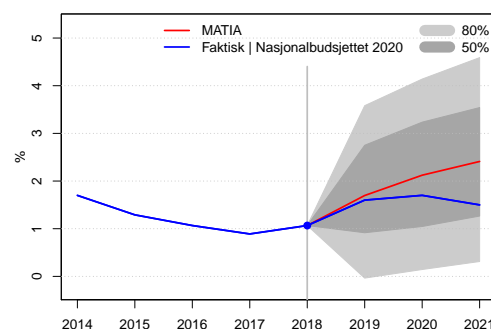
	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	3,2	3,6	3,6
MATIA anslag:	3,2	3,4	3,6
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	3,7	4,2	4,3
...50% nedre grense:	2,6	2,7	2,8
...80% øvre grense:	4,5	4,9	5,1
...80% nedre grense:	2,3	2,1	2,2

**Valutakurs (I44), endring i %:**

	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	2,0	0,5	0,0
MATIA anslag:	0,1	0,1	0,1
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	2,6	2,4	2,5
...50% nedre grense:	-1,7	-2,0	-2,0
...80% øvre grense:	3,3	3,7	3,7
...80% nedre grense:	-4,4	-4,4	-4,4

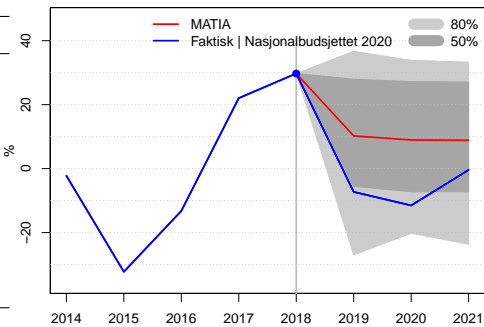
**Rentenivå (NIBOR3M) i %:**

	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	1,6	1,7	1,5
MATIA anslag:	1,7	2,1	2,4
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	2,8	3,2	3,5
...50% nedre grense:	0,9	1,0	1,3
...80% øvre grense:	3,6	4,1	4,6
...80% nedre grense:	-0,0	0,1	0,3



Oljepris (NOK), endring i %:

	2019	2020	2021
Nasjonalbudsjettet 2020:	-7,3	-11,5	-0,4
MATIA anslag:	10,2	8,9	8,9
MATIA sannsynlighetsanslag...			
...50% øvre grense:	28,0	27,2	27,1
...50% nedre grense:	-5,6	-7,2	-7,2
...80% øvre grense:	36,7	33,9	33,3
...80% nedre grense:	-27,0	-20,2	-23,7



MATIA i detalj

1	Bakgrunn	4
2	AR(1) modellen	5
2.1	AR(1) modellen som en vektet kombinasjon av TG og EY	5
2.2	Beregning av AR(1) anslagene	6
3	Data: Kilder og tidspunkter for innhøsting	6
4	Bevis av Proposisjon 1	7

1 Bakgrunn

Makroøkonomiske tidsserieanslag (MATIA) er en økonometrisk modell av norsk økonomi som består av autoregressive modeller av orden 1, dvs. AR(1) modeller. Modellen er dermed en ren tidsseriemodell som egner seg for sammenlignings- og evalueringsformål, men ikke for økonomisk effektanalyse. Et hovedformål med MATIA er å belyse utvalgte prognoser i Nasjonalbudsjettet ved hjelp av punkt- og sannsynlighetsanslag laget av MATIA.

AR(1) modellen er av spesiell interesse for sammenligningsformål, siden anslaget dens utgjør en optimalt vektet kombinasjon av gjennomsnittet og forrige periodes verdi (“tilfeldig gange”). Med andre ord, anslagene til AR(1) modeller er mer sofistikerte enn de til naive modeller – f.eks. gjennomsnittet og forrige periodes verdi, men likevel så enkle at man bør kunne forvente at sentrale aktører treffer minst like godt over tid. Hvis prognosene til en prognosemaker (f.eks. Finansdepartementet, Norges Bank, SSB, en sjefsøkonom, en analysegruppe eller en økonometrisk modell) gjør det dårligere enn MATIA over tid, så er det grunn til å sette spørsmålsteget ved prognosene til prognosemakeren. MATIA kan også brukes til å evaluere om anslag er urimelige (dvs. usannsynlige), f.eks. som følge av politisk motiverte grunner. For hvis et anslag ligger utenfor et stort nok sannsynlighetsintervall generert av MATIA, så er det ifølge MATIA usannsynlig at anslaget treffer bra.

2 AR(1) modellen

La $\{Y_t\}$ betegne en tidsserie, f.eks. %-veksten i BNP i år t , og la \hat{Y}_t betegne et anslag av Y_t . Anslagene til gjennomsnittsmodellen (EY) og tilfeldig gange modellen (TG), dvs. eksempler på to naive modeller, er gitt ved

$$\text{Tilfeldig gange (TG):} \quad \hat{Y}_t = Y_{t-1} \quad (1)$$

$$\text{Gjennomsnittet (EY):} \quad \hat{Y}_t = \bar{Y} \quad (2)$$

hvor \bar{Y} er utvalgsgjennomsnittet. Førstnevnte prognose kalles for tilfeldig gange, siden Y_{t-1} er lik den betingede forventningen i den tilfeldig gange modellen $Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$, hvor ϵ_t er et stokastisk feilledd med betinget forventning lik null. Motivasjonen for forkortelsen EY i forhold til anslaget til gjennomsnittsmodellen er at utvalgsgjennomsnittet \bar{Y} er et estimat av $E(Y_t)$ når $\{Y_t\}$ er snittstasjonær.

2.1 AR(1) modellen som en vektet kombinasjon av TG og EY

Følgende relativt velkjente resultat trekker en kobling mellom TG, EY og AR(1) modellen:

Proposisjon 1. La $\{Y_t\}$ være en sterkt stasjonær og ergodisk tidsserie med eksisterende 1. og 2. ordensmomenter for alle t . Det impliserer:

a) At AR(1) representasjonen

$$Y_t = \phi_0 + \rho_1 Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (\text{AR(1) modellen})$$

med

$$\rho_1 = \text{Corr}(Y_t, Y_{t-1}), \quad \phi_0 = (1 - \rho_1)E(Y_t) \quad \text{og} \quad E(\epsilon_t) = 0$$

eksisterer

b) At AR(1) modellen i a) kan skrives som: $Y_t = (1 - \rho_1)E(Y_t) + \rho_1 Y_{t-1} + \epsilon_t$

c) At OLS estimatene $(\hat{\phi}_0, \hat{\rho}_1)$ er sterkt konsistente: $(\hat{\phi}_0, \hat{\rho}_1) \xrightarrow{a.s.} (\phi_0, \rho_1)$

Bevis: Proposisjonen følger fra velkjente resultater og argumenter, se avsnitt 4.

Det er verdt å merke seg følgende. For det første, resultatet gjelder naturligvis også i det multivariate tilfellet. Med andre ord, hvis Y_t er en multivariat tidsserie, så gjelder resultatet for hver variabel i Y_t . For det andre, så er antakelsene om sterk stasjonærhet, ergodisitet og eksisterende 1. og 2. ordensmomenter meget milde fra et bevisteoretisk perspektiv. Resultatet er derfor veldig generelt. Figur 1 inneholder grafer av alle variablene, og visuelt er de alle forenlige med antakelsene. For det tredje gjelder konsistensen til OLS estimatene selv om feilleddet ϵ_t er autokorrelert, og/eller $E(Y_{t-1}\epsilon_t) \neq 0$. Annerledes sagt, med hensyn til sistnevnte, det er ikke nødvendig med den sedvanlige ortogonalitetsbetingelsen for at OLS estimatene skal være konsistente. Beregningene til AR(1) modellene er inneholdt i Tabell 1, sammen med utvalget og antall observasjoner som er brukt i beregningene. Tabell 2 inneholder ytterligere detaljer fra beregningene.

2.2 Beregning av AR(1) anslagene

Hvis \widehat{Y}_{T+h} betegner punktanslaget til Y_{T+h} med $h \in \{1, 2, 3\}$, så er formelen for AR(1) anslagene gitt ved

$$\widehat{Y}_{T+h} = \widehat{\phi}_0 \cdot \sum_{i=1}^h \widehat{\rho}_1^{i-1} + \widehat{\rho}_1^h Y_T,$$

hvor Y_T er faktisk verdi på tidspunkt T . I Nasjonalbudsjettet 2020 tilsvarende T år 2018, $T+1$ tilsvarende år 2019, og så videre. Sannsynlighetsanslagene er beregnet via simulasjon. La $\widehat{Y}_{T+h}^{(nedre)}$ og $\widehat{Y}_{T+h}^{(ovre)}$ betegne estimater av den nedre og øvre kvantilen til Y_{T+h} forbundet med et sannsynlighetsanslag. For eksempel, hvis nivået til sannsynlighetsanslaget er 50%, så utgjør $\widehat{Y}_{T+h}^{(nedre)}$ et estimat av 25% kvantilen til Y_{T+h} , og $\widehat{Y}_{T+h}^{(ovre)}$ utgjør et estimat av 75% kvantilen til Y_{T+h} . Hvis nivået til sannsynlighetsanslaget er 90%, så utgjør verdiene estimater av 5% og 95% kvantilene. Og så videre. Estimaten er basert på simulasjon av AR(1) modellen, hvor verdiene til feilleddet er simulert ved hjelp av en klassisk residual-bootstrap. Dette betyr at sannsynlighetsanslagene ikke er basert på en antakelse om normalfordelte feilledd. Bootstrap-metoden som er brukt (dvs. en klassisk residual-bootstrap) er imidlertid ikke forenlig med autokorrelasjon i restleddet eller i det kvadrerte restleddet (såkalt “ARCH”). Detaljene til algoritmen som er brukt er:

1. Bruk observasjonene $t = 1, \dots, T$ til å beregne ϕ_0 og ρ_1 med MKM, og betegne beregningene for $\widehat{\phi}_0$ og $\widehat{\rho}_1$.
2. Trekk (med tilbakelegging) h verdier fra mengden residualer $\{\widehat{\epsilon}_1, \dots, \widehat{\epsilon}_T\}$, dvs. en klassisk residual-bootstrap, og bruk disse til å simulere $Y_{b,T+1}, \dots, Y_{b,T+h}$ med formlene:

$$\begin{aligned} Y_{b,T+1} &= \widehat{\phi}_0 + \widehat{\rho}_1 Y_T + \widehat{\epsilon}_{b,T+1} \\ &\vdots \\ Y_{b,T+h} &= \widehat{\phi}_0 + \widehat{\rho}_1 Y_{b,T+h-1} + \widehat{\epsilon}_{b,T+h} \end{aligned} \quad (3)$$

Fotskriftsindeksen b indikerer at verdiene $Y_{b,T+1}, \dots, Y_{b,T+h}$ utgjør simulasjon nr. b .

3. Repetér forrige trinn B ganger, dvs. $b = 1, \dots, B$. I prognosetabellene og i prognosegrafene er $B = 20000$ brukt.
4. La $\widehat{Y}_{T+1}^{(\tau)}, \dots, \widehat{Y}_{T+h}^{(\tau)}$ betegne de beregnede τ -kvantilene til Y_{T+1}, \dots, Y_{T+h} . Beregning $\widehat{Y}_{T+j}^{(\tau)}$ er basert på den empiriske τ -kvantilen til $Y_{1,T+j}, \dots, Y_{B,T+j}$. Med andre ord, B simulerte verdier er brukt til å beregne kvantil $Y_{T+j}^{(\tau)}$. For den nøyaktige koden som er brukt, se koden til funksjonen `predict.arx` i R pakka `gets` (Pretis et al. (2018)) versjon 0.21.

3 Data: Kilder og tidspunkter for innhøsting

Anslagene til Nasjonalbudsjettet 2020 – publisert 7. oktober 2019 – er fra s. 18. Når det gjelder “faktiske” verdier, så er det viktig å merke seg at disse kan variere over tid pga. datarevideringer. Dette gjelder spesielt nylige data. For eksempel, bruttinvesteringsveksten for 2018 var på 1% ifølge SSB i juni 2019. To og en halv måneder senere, i begynnelsen av september 2019, var veksten for 2018 blitt til 2,8% ifølge SSB. Det er derfor meget viktig å være så detaljert som mulig mht. når data-ene har blitt høstet inn, og hvorfra. Datakildene og tidspunktene for innhøsting til data-ene som er brukt i estimeringen av AR(1) modellene er:¹

¹En stor takk til Sofian Gharsallah for innsamlingen av data i forbindelse med søsterprosjektet “Hvor presise er prognosene i Nasjonalbudsjettet?”.

- Bruttonasjonalprodukt (BNP). Prosentvis volumendring av markedsverdien til fastlands BNP. Kilde: Statistikkbanken tabell 09189, <http://www.ssb.no/tabell/09189/>. Data lastet ned 3. september 2019.
- Privat konsum (KON). Husholdninger og ideelle organisasjoner, prosentvis volumendring av markedsverdien. Kilde: Statistikkbanken tabell 09189, <http://www.ssb.no/tabell/09189/>. Data lastet ned 3. september 2019.
- Realinvesteringer (INV). Prosentvis volumendring av markedsverdien, brutto. Kilde: Statistikkbanken tabell 09189, <http://www.ssb.no/tabell/09189/>. Data lastet ned 3. september 2019.
- Sysselsetting (SYS). Vekst i %, lønnstakere og selvstendige. Kilde: Statistikkbanken tabell 09174, <http://www.ssb.no/tabell/09174/>. Data lastet ned 3. september 2019.
- Arbeidsledighet (ARB). Nivå i % (AKU). Kilde: Statistikkbanken tabell 08517, <http://www.ssb.no/tabell/08517/>. Data lastet ned 3. september 2019.
- Inflasjon (INFL). KPI vekst i %. Kilde: Statistikkbanken tabell 03014, <http://www.ssb.no/tabell/03014/>. Data lastet ned 3. september 2019.
- Lønnsvekst (LØN). Kilde: Teknisk Beregningsutvalg (TBU). En detaljert kildehenvisning er inneholdt i datasettet med de faktiske verdiene i kolonnen med kolonnenavnet “kilde-lønnsvekst”.
- Valutakursvekst (I44). Faktisk prosentendring i importveid kronekurs (I44): $100 \cdot (S_t - S_{t-1})/S_{t-1}$, hvor S_t er indeksverdien til I44 i år t . Kilde: Norges Bank. Data lastet ned 11. september 2019.
- Rentenivå (REN). Kilde pengemarkedsrente (NIBOR 3M, nominell): Norges Bank (<https://www.norges-bank.no/Statistikk/Rentestatistikk/>) og Oslo Børs (https://www.oslobors.no/ob_eng/Oslo-Boers/Statistics). Data lastet ned 11. september 2019.
- Oljepris (OLJE). Faktisk prosentendring i oljeprisen er definert som $Y_t = 100 \cdot (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$, hvor P_t er prisen i NOK på nordsjøolje (brent blend) i år t : $P_t = P_t^{(USD)} S_t$, hvor $P_t^{(USD)}$ er prisen i USD og S_t er NOK/USD kursen. Kilde oljeprisen (dvs. $P_t^{(USD)}$): US Energy Information Administration (EIA), https://www.eia.gov/dnav/pet/pet_pri_spt_s1_d.htm. Data lastet ned 11. september 2019. Kilde NOK/USD kursen: Norges Bank, <http://www.norges-bank.no/Statistikk/Valutakurser/>. Data lastet ned 3. september 2019.

Figur 1 inneholder grafer av de faktiske verdiene.

4 Bevis av Proposisjon 1

Sterk stasjonaritet og ergodisitet, og at 1. og 2. momentene eksisterer, impliserer at uttrykket $(1 - \rho_1)E(Y_t) + \rho_1 Y_{t-1}$ i b) med $\rho_1 = \text{Corr}(Y_t, Y_{t-1})$ er veldefinert og eksisterer. Av dette følger det at $\epsilon_t = Y_t - (1 - \rho_1)E(Y_t) - \rho_1 Y_{t-1}$ med $E(\epsilon_t) = 0$. Konsekvensen av dette er at AR(1) representasjonen i a) eksisterer. Når det gjelder c), så kan OLS estimatene skrives som

$$\hat{\rho}_1 = \frac{s_{Y_t, Y_{t-1}}}{s_{Y_t}^2} \quad \text{og} \quad \hat{\phi}_0 = \bar{Y} - \hat{\rho}_1 \bar{Y}$$

hvor $s_{Y_t, Y_{t-1}}$ er utvalgsautokovariansen av orden 1, $s_{Y_t}^2$ er utvalgsvariansen til Y_t og \bar{Y} er utvalgsgjennomsnittet til Y_t . Av det ergodiske teoremet følger det at

$$s_{Y_t, Y_{t-1}} \xrightarrow{a.s.} Cov(Y_t, Y_{t-1}), \quad s_{Y_t}^2 \xrightarrow{a.s.} Var(Y_t) \quad \text{og} \quad \bar{Y} \xrightarrow{a.s.} E(Y_t),$$

og av kontinuitetsteoremet (se f.eks. Proposisjon 2.11 i [White \(2001\)](#), s. 19)) følger det at

$$\frac{s_{Y_t, Y_{t-1}}}{s_{Y_t}^2} \xrightarrow{a.s.} \frac{Cov(Y_t, Y_{t-1})}{Var(Y_t)} = \rho_1 \quad \text{og} \quad \hat{\rho}_1 \bar{Y} \xrightarrow{a.s.} \rho_1 E(Y_t).$$

Dette impliserer $(\hat{\phi}_0, \hat{\rho}_1) \xrightarrow{a.s.} (\phi_0, \rho_1)$.

Referanser

- Pretis, F., J. Reade, and G. Sucarrat (2018). Automated General-to-Specific (GETS) Regression Modeling and Indicator Saturation for Outliers and Structural Breaks. *Journal of Statistical Software* 86, 1–44.
- R Core Team (2019). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing.
- White, H. (2001). *Asymptotic Theory for Econometricians*. Bingley UK: Emerald Group Publishing Ltd. Revised Edition.

Tabell 1: Beregningene til AR(1) modellene

Y_t	\bar{Y}	p -verdi	$\hat{\rho}_1$	p -verdi	$\hat{\sigma}$	Utvalg	T
BNP vekst (fastland)	2,71	0,00	0,55	0,00	1,44	1972 – 2018	47
Konsumvekst (privat)	2,96	0,00	0,33	0,02	2,04	1972 – 2018	47
Investeringsvekst (brutto)	2,92	0,08	0,32	0,02	5,94	1972 – 2018	47
Sysselsettingsvekst	1,12	0,04	0,63	0,00	1,10	1972 – 2018	47
Ledighet (AKU)	3,91	0,09	0,82	0,00	0,58	1984 – 2018	35
Inflasjon (KPI)	2,20	0,00	0,01	0,96	0,86	1991 – 2018	28
Lønnsvekst (TBU)	4,13	0,11	0,68	0,00	0,91	1997 – 2018	22
Valutakursvekst (I44)	0,14	0,94	0,19	0,33	3,58	1992 – 2018	27
Rentenivå (NIBOR3M)	4,18	0,06	0,68	0,00	1,32	1993 – 2018	26
Oljeprisvekst (NOK)	7,74	0,09	0,07	0,73	24,93	1989 – 2018	30

\bar{Y} , utvalgsgjennomsnittet. $\hat{\rho}_1$, utvalgsautokorrelasjonen av orden 1. p -verdi, p -verdien til en tosidig t -test med henholdvis $H_0 : \phi_0 = 0$ og $H_0 : \rho_1 = 0$ (ordinære standardfeil er brukt i utregningen av testverdier). $\hat{\sigma}$, standardfeilen til regresjonen. T , antallet observasjoner brukt i beregningene. Beregningene er gjennomført med Minste Kvadraters Metode (MKM) i R , se [R Core Team \(2019\)](#), med `arx` funksjonen fra `gets`-pakka, se [Pretis et al. \(2018\)](#).

Tabell 2: Beregningsresultatene til AR(1) modellene i mer detalj

$$\text{BNP: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 1.137 \\ (0.381) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.549 \\ (0.117) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (4)$$

$$R^2 = 0.330 \quad \hat{\sigma} = 1.441 \quad \text{LogL} = -82.860 \quad T = 47$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 1.327 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 3.168 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 1.202 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.515 \\ [0.548] \end{matrix}$$

$$\text{KON: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 1.916 \\ (0.509) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.331 \\ (0.139) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (5)$$

$$R^2 = 0.112 \quad \hat{\sigma} = 2.042 \quad \text{LogL} = -99.249 \quad T = 47$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 0.411 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 0.186 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 4.951 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.814 \\ [0.084] \end{matrix}$$

$$\text{INV: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 1.702 \\ (0.951) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.320 \\ (0.134) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (6)$$

$$R^2 = 0.113 \quad \hat{\sigma} = 5.939 \quad \text{LogL} = -149.426 \quad T = 47$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 0.487 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 0.004 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 1.180 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.784 \\ [0.554] \end{matrix}$$

$$\text{SYS: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 0.428 \\ (0.206) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.630 \\ (0.116) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (7)$$

$$R^2 = 0.396 \quad \hat{\sigma} = 1.105 \quad \text{LogL} = -70.369 \quad T = 47$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 7.415 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 0.130 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 3.743 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.025 \\ [0.154] \end{matrix}$$

$$\text{ARB: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 0.697 \\ (0.394) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.825 \\ (0.097) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (8)$$

$$R^2 = 0.685 \quad \hat{\sigma} = 0.583 \quad \text{LogL} = -29.776 \quad T = 35$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 8.605 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 0.518 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 0.361 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.014 \\ [0.835] \end{matrix}$$

$$\text{INFL: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 2.112 \\ (0.423) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.009 \\ (0.179) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (9)$$

$$R^2 = 0.000 \quad \hat{\sigma} = 0.859 \quad \text{LogL} = -34.470 \quad T = 28$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 1.391 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 0.233 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 0.219 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.499 \\ [0.896] \end{matrix}$$

$$\text{LØN: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 1.274 \\ (0.753) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.678 \\ (0.174) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (10)$$

$$R^2 = 0.432 \quad \hat{\sigma} = 0.911 \quad \text{LogL} = -28.155 \quad T = 22$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 1.888 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 0.291 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 1.101 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.389 \\ [0.577] \end{matrix}$$

$$\text{I44: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 0.055 \\ (0.689) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.194 \\ (0.195) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (11)$$

$$R^2 = 0.038 \quad \hat{\sigma} = 3.577 \quad \text{LogL} = -71.723 \quad T = 27$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 1.048 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 0.044 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 0.838 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.592 \\ [0.658] \end{matrix}$$

$$\text{REN: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 0.975 \\ (0.504) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.676 \\ (0.101) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (12)$$

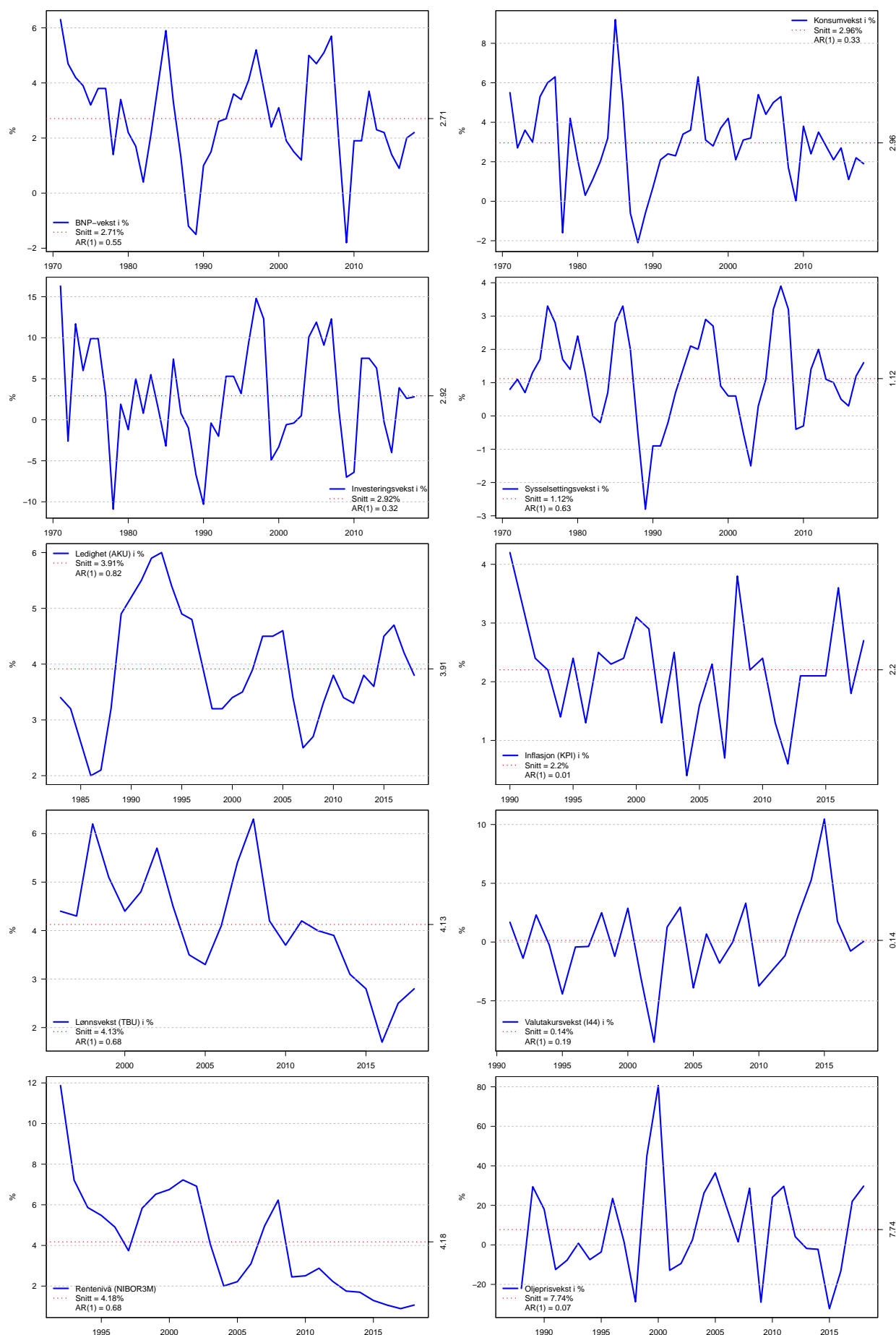
$$R^2 = 0.653 \quad \hat{\sigma} = 1.318 \quad \text{LogL} = -43.072 \quad T = 26$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 2.728 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 1.162 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 0.433 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.256 \\ [0.805] \end{matrix}$$

$$\text{OLJE: } \hat{Y}_t = \begin{matrix} 8.270 \\ (4.735) \end{matrix} + \begin{matrix} 0.066 \\ (0.186) \end{matrix} Y_{t-1} \quad (13)$$

$$R^2 = 0.004 \quad \hat{\sigma} = 24.930 \quad \text{LogL} = -138.050 \quad T = 30$$

$$\text{AR}(2) : \begin{matrix} 5.491 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{ARCH}(1) : \begin{matrix} 1.841 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \text{Normality} : \begin{matrix} 1.835 \\ [p\text{-val}] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0.064 \\ [0.400] \end{matrix}$$



Figur 1: Grafer av de faktiske verdiene som er brukt til å beregne AR(1) modellene